

1 Exercice n° 1 : numération mésopotamienne

Les Babyloniens de l'Antiquité utilisaient une base soixante pour compter. Dans un tel système, il est nécessaire d'utiliser soixante chiffres, c'est-à-dire soixante symboles *distincts*, ce qui n'est clairement pas pratique. Pour contourner cette difficulté, les Babyloniens employaient également un système en base dix pour noter les chiffres.

Dans cet exercice nous supposons que les chiffres de la page dix sont nos chiffres usuels, à savoir 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Les soixante chiffres de la base soixante, écrits dans la base dix (ouf!), sont donc notés comme nos nombres usuels de 0 à 59 (écrits en base dix). Par exemple, le chiffre représentant le nombre vingt-cinq est simplement noté 25. Afin de permettre la lisibilité, on sépare les chiffres de la base soixante par un espace. Ainsi, on peut écrire $(1\ 33\ 51\ 45)_{60}$ qui représente un certain nombre dans la base soixante.

1. Calculer la valeur en base dix du nombre $(20\ 8\ 11)_{60}$;
2. La notation ambiguë "66" représente-t'elle un chiffre en base soixante ou un nombre en base soixante ? Si c'est un nombre, quelle est sa valeur en base dix ?
3. Imaginer un système similaire dans lequel les nombres de la base soixante seraient notés dans un système *quinnaire*, c'est-à-dire à l'aide des cinq chiffres 0, 1, 2, 3, 4. L'écriture $(22\ 0\ 35)_{60}$ est-elle valide dans cette représentation ? Quelle est la valeur décimale de $(1\ 40\ 2)_{60}$?

2 Exercice n° 2 : Passage d'une base quelconque à la base dix

Donner la valeur en base dix des nombres suivants.

1. $(100110)_2$;
2. $(111011)_2$;
3. $(111011)_3$;
4. $(23AC)_{16}$;
5. $(2A5B)_{12}$;
6. $(444)_5$;
7. $(1807)_9$;
8. $(A7)_{10}$;
9. $(1)_7$;
10. $(100000)_2$.

3 Exercice n° 3 : Passage de la base dix à une base quelconque

Donner la valeur des nombres écrits en base dix suivants dans la base spécifiée.

1. 45 en base deux ;
2. 1022 en base deux ;
3. 256 en base deux ;
4. 413 en base deux ;
5. 88 en base deux ;
6. 256 en base quatre ;
7. 256 en base seize ;
8. 1022 en base quatre ;
9. 1022 en base seize ;
10. 413 en base seize.

4 Exercice n^o 4 : Passage d'une base quelconque à une autre base quelconque

Donner la valeur des nombres écrits une base spécifiée suivants dans la base cible.

1. $(1001001)_2$ en base trois ;
2. $(10010010)_2$ en base seize ;
3. $(1011100111)_2$ en base seize ;
4. $(AB6C5)_{16}$ en base deux ;
5. $(312)_5$ en base trois.

5 Exercice n^o 5 : Notation positionnelle et non positionnelle

1. Quelle est la différence essentielle entre le système de numération des Romains et le notre ? (Excepté l'absence d'un zéro chez les Romains.)
2. Supposons maintenant que l'on emploie la numérotation des Romains pour noter les soixantes chiffres de la base soixante. Dans ce cas, quelle est la valeur décimale de $(XI\ IV)_{60}$?
3. Sous les mêmes hypothèses que la question précédente, écrire le nombre $(782)_{60}$ (en utilisant les chiffres romains).