

Optimisation Linéaire - TD 1

Exercice 1 : Résolution graphique

Question 1.1 : Résoudre graphiquement le problème linéaire. Quelle est la solution optimale? Le coût de cette solution?

$$\begin{aligned} \max & 2x + 3y \\ & x + 3y \leq 6 \\ & x \geq y \\ & x \geq 0 \\ & y \geq -2 \end{aligned}$$

Question 1.2 : Quels sont les sommets du domaine réalisable? Quelles inégalités vérifient-ils à l'égalité?

Question 1.3 : Quelle est la solution optimale si, dans le problème précédent, l'objectif est maintenant $\min 2x + 3y$?

Exercice 2 : Inégalités d'un domaine réalisable

Supposons que l'on a un problème linéaire contenant deux variables (x et y) et dont le domaine réalisable est donné par la figure 1. Donner les contraintes du problème linéaire associé.

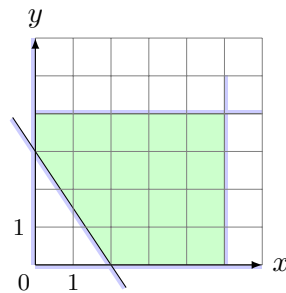


FIGURE 1 – Domaine réalisable

Exercice 3 : Exemples de problèmes linéaires

Donner un exemple de problème linéaire (au plus deux variables) pour chacun des cas suivants :

1. problème linéaire avec une solution,
2. problème linéaire sans solution,
3. problème linéaire avec une infinité de solutions,
4. problème linéaire avec une solution optimale,
5. problème linéaire avec une infinité de solutions optimales,
6. problème linéaire avec au moins une solution mais pas de solution optimale,

7. problème linéaire avec exactement deux solutions.

Exercice 4 : Détermination des surfaces de cultures

Un fermier souhaite optimiser le revenu de ses terres agricoles, d'une surface totale de 100 acres. Pour cela, il dispose de 1100 € d'investissement et l'équivalent de 160 jours de main d'œuvre. Vous disposez de l'ensemble des informations suivantes :

- Coût de travail et d'ensemencement $\begin{cases} 20 \text{ €} & \text{par acre de blé,} \\ 10 \text{ €} & \text{par acre de pommes de terre.} \end{cases}$
- Revenus $\begin{cases} 120 \text{ €} & \text{par acre de blé,} \\ 40 \text{ €} & \text{par acre de pommes de terre.} \end{cases}$
- Temps de main d'oeuvre $\begin{cases} 4 \text{ jours} & \text{par acre de blé,} \\ 1 \text{ jour} & \text{par acre de pommes de terre.} \end{cases}$

Question 4.1 : Modéliser le problème sous forme de problème linéaire.

Question 4.2 : Quelles surfaces de blé et de pommes de terre faut-il cultiver pour obtenir un revenu maximum ? Quel est le profit généré ?

Exercice 5 : Résolution graphique

Question 5.1 : Résoudre graphiquement le problème linéaire. Quelle est la solution optimale ? Le coût de cette solution ?

$$\begin{aligned} \min & x \\ & -x + y \leq -1 \\ & x + y \geq 3 \\ & y \leq 2 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

Question 5.2 : Que se passe-t-il si l'objectif du PL précédent est maintenant $\max 2x + y$?

Exercice 6 : Résolution graphique

Résoudre graphiquement le problème linéaire suivant. Quelle est la solution optimale ? Le coût de cette solution ?

$$\begin{aligned} \max & 2x + 2y + z \\ & x + 2z \leq 2 \\ & 4x + y \geq 4 \\ & y - z = 2 \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \\ & z \geq 0 \end{aligned}$$