Université Paris 13
Institut Galilée

Sup Galilée INFO2
Année 2011-2012

Algorithmique de Graphes

TD5 : Exploration de graphes

Exercice 1

$G = (V, E)$ est un graphe non orienté simple connexe. Si μ_1 et μ_2 sont deux plus longues chaînes de G, ont-elles au moins un sommet commun ?

Exercice 2

1. **Exemple de parcours génériques**
   Soit $G = (V, E)$ le graphe non orienté représenté à la figure 1.

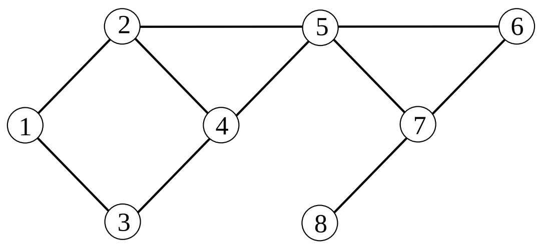


Figure 1 : *Graphe non orienté G*

   (a) Donner un parcours de G et une arborescence associée.
   (b) Est-ce que les listes
   $L_1 = (5, 6, 2, 7, 8, 1, 3, 4)$ et
   $L_2 = (5, 6, 3, 2, 1, 4, 8, 7)$
   sont des parcours ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?

   On considère le graphe orienté $G' = (V, A)$ issu de G décrit à la figure 2.

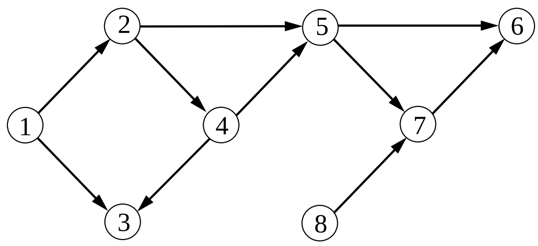


Figure 2 : *Graphe orienté G'*

   (a) La liste $L = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ représente-t-elle un parcours de G' ? Si oui, construire un graphe de choix associé. Y-a-t-il des points de régénération ?

2. **Exemples de parcours en profondeur**
   (a) Donner un parcours en profondeur de G et son arborescence associée.
   (b) Est-ce que les listes $L_1 = (2, 5, 4, 3, 1, 6, 7, 8)$ et $L_2 = (5, 7, 8, 2, 4, 1, 3, 6)$ sont des parcours en profondeur de G ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?
   (c) Proposez un parcours en profondeur de G' et représenter le graphe de choix associé à ce parcours.
   (d) Une implémentation possible de l'algorithme de parcours en profondeur consiste à utiliser une pile de sommets visités. Tous les sommets ouverts sont dans la pile et si un sommet ouvert x a été visité avant un sommet ouvert y, alors y est placé plus haut que x dans la pile. Pour le parcours de la question 1, donner l'état de la pile au fur et à mesure de l'exploration.

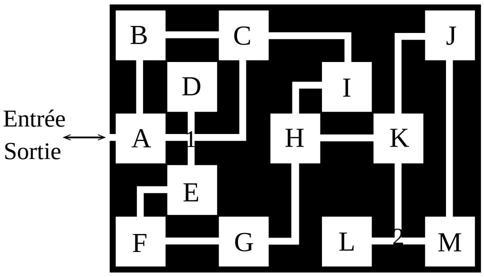
3. **Exemples de parcours en largeur**
   (a) Donner un parcours en largeur de G et son arborescence associée.
   (b) Est-ce que les listes $L_1 = (6, 5, 7, 8, 2, 4, 1, 3)$ et $L_2 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ sont des parcours en largeur ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?

(c) Proposez un parcours en largeur de G' et représenter le graphe de choix associé à ce parcours.

(d) Une implémentation possible de l'algorithme de choix des arêtes de liaison consiste à utiliser une file de sommets visités. Tous les sommets ouverts sont dans la file et si un sommet ouvert x a été visité avant un sommet ouvert y, alors y est placé après x dans la file. Pour le parcours de la question 1, donner l'état de la file au fur et à mesure de l'exploration.

Exercice 3

Votre mission : Tuer le Minotaure terré dans le labyrinthe du roi Minos à Cnossos (Crète). Vous devez pour cela concevoir une méthode d'exploration complète dudit labyrinthe, qui vous permette en outre de retrouver la sortie en cas (improbable) de réussite. Vous proposerez deux méthodes envisageables.



Vous avez eu de la chance, le Minotaure était sorti. Vous en avez profité pour fouiller toutes les salles. Donnez la suite ordonnée des pièces et des carrefours (numérotés 1 et 2) explorés par les deux méthodes, en supposant que vous avez dessiné la carte jointe.

Note : en cas de doute sur la direction (c'est-à-dire, décision à prendre pour la suite de l'exploration), vous déciderez d'explorer d'abord les carrefours, et ensuite les pièces par ordre alphabétique.

Exercice 4

Soit $G = (V, E)$ un graphe simple, connexe avec $|V| \geq 4$. On suppose que G ne contient pas de sous-graphe induit isomorphe à P_4 (chaîne à 4 sommets). Soit r un sommet du graphe. On explore G en largeur à partir du sommet r. On obtient alors la partition en couches $C_0 = \{r\}, C_1, \ldots, C_h$ où $V = C_0 \cup C_1 \cup \ldots \cup C_h$.

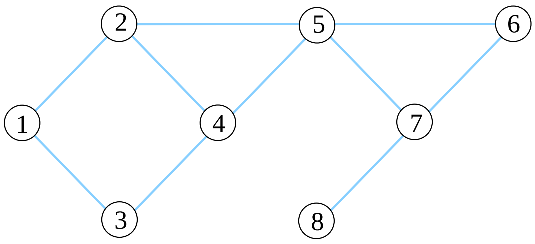
1. Montrer que $h \leq 2$.
2. Soit S un stable de G contenu dans la couche C_2. Montrer qu'il existe un sommet s tel que S soit contenu dans $N(s)$ où $N(s)$ est l'ensemble des voisins de s.

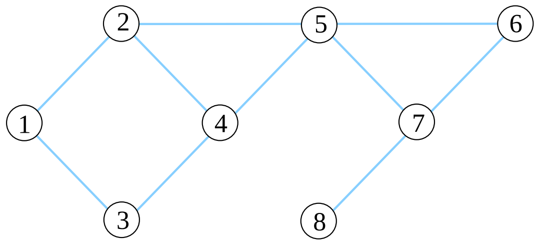
Université Paris 13
Institut Galilée

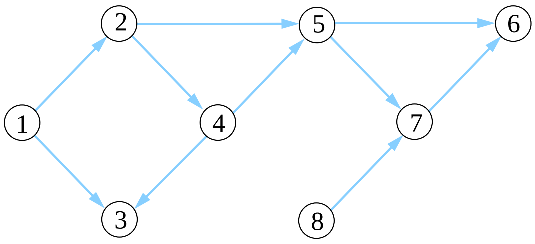
Sup Galilée INFO2
Année 2011-2012

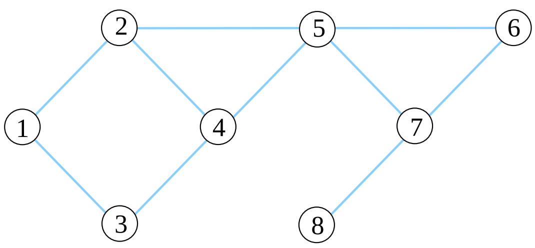
Algorithmique de Graphes

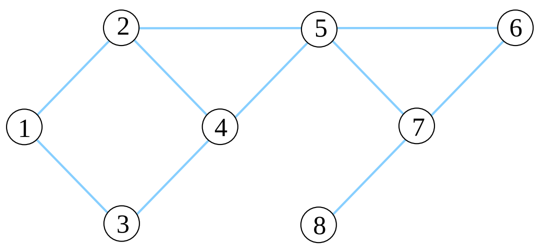
TD5 : Exploration de graphes

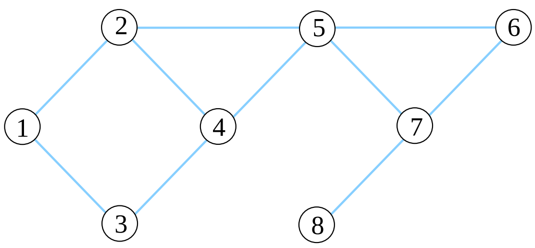


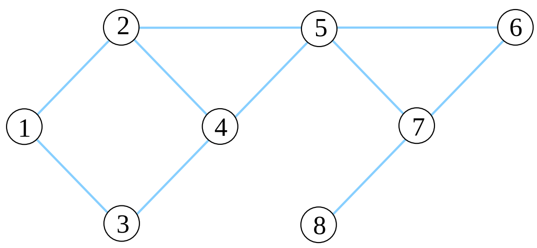












Algorithmique de Graphes

TD5 : Exploration de graphes (suite)