

TD n° 2

0-M02 : structures de contrôle, approche descendante**Exercice 1** [Palindromes]

Un palindrome est une phrase ou une expression qui peut se lire dans un sens ou dans l'autre sans que l'ordre des lettres soit modifié, sans tenir compte des espaces. Par exemple, la phrase : "Engage le jeu que je le gagne" peut se lire de droite à gauche comme de gauche à droite.

Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de caractères et renvoie *Vrai* si il s'agit d'un palindrome et *Faux* sinon.

Exercice 2 [Le plus fréquent]

1. Écrire une fonction qui prend en paramètres un tableau de nombres entiers contenant N éléments et un élément de ce tableau et retourne le nombre de fois où apparaît cet élément dans le tableau.
2. Écrire une fonction qui prend en paramètre un tableau de nombres entiers contenant N éléments et retourne l'élément le plus fréquent dans ce tableau.

Exercice 3 [Calcul de factorielle]

On rappelle que la factorielle d'un nombre entier naturel se calcule par la formule :

$$n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n - 1) \times n = \prod_{i=0}^n i$$

1. Quelle est la relation entre $n!$ et $!(n - 1)$?
2. Donnez un algorithme qui, à partir de la valeur de $!(n - 1)$, donne la valeur de $n!$
3. Donnez un algorithme qui calcule récursivement la valeur de $n!$

Exercice 4 [Conjecture de Syracuse]

Une suite de Syracuse d'un entier N est définie de la façon suivante :

- $u_0 = N$
- $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$ si u_n est pair
- $u_{n+1} = 3u_n + 1$ sinon

La conjecture de Syracuse affirme que pour tout N strictement positif, il existe un indice n tel que $u_n = 1$. Autrement dit, la suite de Syracuse de n'importe quel entier passe par 1. Écrire un algorithme qui vérifie cette conjecture pour tous les N entre 2 et NMAX.

Exercice 5 [Algorithme d'Euclide]

L'algorithme d'Euclide permet de calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de deux nombres entiers. Il prend en entrée deux entiers strictement positifs et retourne le plus grand entier qui les divise tous les deux.

Les deux entiers doivent être triés : le premier doit être plus grand que le deuxième (on fera cette vérification et une éventuelle inversion au début).

Tant que le reste de la division du plus grand nombre par le plus petit n'est pas nul, le plus grand nombre prend la valeur du plus petit et le plus petit prend la valeur du reste. Quand le reste devient nul, le PGCD est égal au plus petit des deux nombres.

Écrire une fonction qui retourne le PGCD de deux entiers en utilisant l'algorithme d'Euclide.

Exercice 6 [Suite de Fibonacci]

La suite de Fibonacci est une suite d'entiers connus qui vient d'un problème posé par Leonardo Fibonacci (ou Leonardo de Pise) dans *Liber Abaci*, à propos de la croissance d'une population de lapins : “*Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur. Combien de couples obtient-on en un an si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du troisième mois de son existence ?*”.

Les valeurs de la suite se calculent de la façon suivante :

$$u_0 = 0; u_1 = 1 \text{ (initialisation)}$$

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \text{ pour } n \geq 2$$

Donner un algorithme qui calcule la valeur u et le rang k du premier terme de la suite de Fibonacci qui dépasse une borne p donnée.