Transformée en Z

Exercice 1
Résoudre, en utilisant la transformée en Z, l'équation récurrente

$$x_{n+1} = x_n + 2$$

pour tout $n \in \mathbb{N}$, avec la condition initiale $x_0 = 3$.

Exercice 2
Résoudre, en utilisant la transformée en Z, l'équation récurrente

$$x_{n+1} - 2x_n = 2n$$

avec $x_0 = 1$.

Exercice 3
Résoudre, en utilisant la transformée en Z, l'équation récurrente d'ordre 2

$$x_n - 3x_{n-1} + 2x_{n-2} = \delta_0(n)$$

pour tout entier naturel n, avec, bien sûr, $x_{-1} = x_{-2} = 0$.

Exercice 4
Résoudre, en utilisant la transformée en Z, l'équation récurrente

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n - \delta_0(n) = 0$$

avec $x_0 = x_1 = 0$.

Exercice 5
On considère une suite $\mathbf{x} = (x_n)_{n\in\mathbb{N}}$. On définit la suite $\mathbf{y} = (y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $y_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} x_k$.
Déterminer une équation récurrente entre les suites $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. En déduire la transformée en Z de $\mathbf{y}$ (en fonction de celle de $\mathbf{x}$).

Exercice 6
Déterminer la suite $\mathbf{x}$ dont la transformée en Z est $f(z) = \dfrac{4z}{3z^2 - 2z - 1}$.

Exercice 7
Déterminer la suite $\mathbf{x}$ dont la transformée en Z est $f(z) = \dfrac{z^2}{(z+3)^2}$.

Exercice 8
Déterminer, par la méthode des résidus, la suite $\mathbf{x}$ dont la transformée en Z est $f(z) = \dfrac{1}{(z+1)(z+2)}$.

Exercice 9
Calculer la transformée en Z de $x_n = \cos \omega n T$, ω et T fixés (exprimer-la comme fonction de $\cos \omega T$).