

## Résidus et applications

### Exercice 1

Il s'agit de trouver la série de Laurent de  $f$  en précisant la nature de la singularité, le résidu et le domaine de convergence.

1.  $\sin z$  en  $z_0 = \pi/4$ .
2.  $\frac{\sin z}{z^3}$  en  $z_0 = 0$ .
3.  $\sin \frac{1}{z}$  en  $z_0 = 0$ .
4.  $\frac{z^2 + 2z + 1}{z + 1}$  en  $z_0 = -1$ .
5.  $\frac{1}{(1 - z)^3}$  en  $z_0 = 1$ .

### Exercice 2

Calculer l'intégrale

$$I(a) = \int_0^{2\pi} \frac{dt}{a^2 - 2a \cos(t) + 1}$$

où  $a$  est un paramètre réel qui ne prend pas les valeurs  $\pm 1$ .

### Exercice 3

Calculer l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{16 + x^4} dx$ .

### Exercice 4

Calculer l'intégrale  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{i\omega x} dx$  en fonction de  $\omega \in \mathbb{R}$ , où  $f(z) = 1/(z^2 + 1)$ .

### Exercice 5

Calculer l'intégrale  $I = \int_0^{+\infty} \frac{x^3 \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$ .